

Tarea # 7 Variable Compleja MAT-235
Lunes 24 de Septiembre del 2001, Prof. Víctor González

§1. INTEGRACIÓN

1. Calcule el valor de $\int_{\gamma} x dz$ si γ es el segmento de línea que va desde 0 a $z = 1 + i$.
2. Calcule el valor de $\int_{\gamma} x dz$ si γ es un círculo de radio r .
3. Calcule $\int_{\gamma} \frac{dz}{z-1}$ si γ es un círculo de radio 2
4. Calcule $\int_{\gamma} |z - 1| |dz|$ si γ es un círculo de radio 1
5. Si $P(z)$ es un polinomio y γ es el círculo $|z - a| = R$, calcule el valor de la integral: $\int_{\gamma} P(z) d\bar{z}$
6. Sea $P(z)$ es un polinomio de grado n y $R > 0$ tal que $P(z)$ nunca se anula en $\{z \in \mathbb{C} / |z| > R\}$ si γ es el círculo $|z| = R$, demuestre que:
$$\int_{\gamma} \frac{P'(z)}{P(z)} dz = 2\pi i n$$
6. En clase se definió el índice de una curva γ con respecto a un punto $a \in \mathbb{C}$ mediante $\text{Ind}(\gamma, a) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{dz}{z-a}$.
Demuestre las siguientes propiedades del índice:
 - a) $\text{Ind}(-\gamma, a) = -\text{Ind}(\gamma, a)$
 - b) Si la curva γ yace en el interior de un círculo, entonces $\text{Ind}(\gamma, a) = 0$ para cada punto a que este fuera de ese círculo.
 - c) Sea γ una curva diferenciable del plano complejo \mathbb{C} , estudie la continuidad de la función $I_{\gamma} : \mathbb{C} - \{\gamma\} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $I_{\gamma}(a) = I(\gamma, a)$